

بسمه تعالی

تکلیف سری دوم

(۱) $x_1(t)$ سیگنال زمانی با فرکانس پایه ω_1 و ضرایب سری فوریه a_k را فرض کنید. داریم:

$$x_2(t) = x_1(1-t) + x_1(t-1)$$

فرکانس پایه ω_2 سیگنال $x_2(t)$ را بر حسب ω_1 بیان کنید. ضرایب سری فوریه $x_2(t)$ را b_k بر حسب a_k بدست آورید.
(۲) یک سیستم LTI پیوسته در زمان با پاسخ فرکانسی زیر را در نظر بگیرید.

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{\sin(4\omega)}{\omega}$$

ورودی این سیستم سیگنال متناوب با دوره تناوب $T=8$ است. ضرایب سری فوریه $x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4 \\ -1, & 4 \leq t < 8 \end{cases}$ خروجی سیستم را بیابید.

(۳) یک سیستم LTI علی گسسته در زمان با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ با معادله تفاضلی زیر توصیف شده است.

$$y[n] - \frac{1}{4}y[n-1] = x[n]$$
$$x[n] = \sin\left(\frac{3\pi}{4}n\right)$$

ضرایب نمایش سری فوریه خروجی را به ازای ورودی زیر بدست آورید.

(۴) با فرض اینکه $X(j\omega)$ تبدیل فوریه $x(t)$ است، تبدیلی فوریه سیگنال های زیر را بر حسب $X(j\omega)$ بیابید.

$$x_1(t) = x(1-t) + x(-1-t) \quad (\text{الف}) \quad x_2(t) = x(3t-6) \quad (\text{ب}) \quad x_3(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t-1) \quad (\text{ج})$$

(۵) $X(e^{j\omega})$ تبدیل فوریه سیگنال $x[n]$ است. تبدیل فوریه سیگنال های زیر را بر حسب $X(e^{j\omega})$ بدست آورید.

$$x_1[n] = x[1-n] + x[-1-n] \quad (\text{الف}) \quad x_2[n] = (n-1)^2 x[n] \quad (\text{ب})$$

(۶) سیگنال $x(t)$ با تبدیل فوریه $X(j\omega)$ را در نظر بگیرید. با توجه به اطلاعات زیر، $x(t)$ را بیابید.

۱. $x(t)$ حقیقی و غیر منفی است.

$$\mathcal{F}^{-1}\{(1+j\omega)X(j\omega)\} = Ae^{-2t}u(t) \quad ۲.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\pi \quad ۳.$$

(۷) یک سیستم LTI با پاسخ ضربه زیر را در نظر بگیرید.

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 3}$$

این سیستم به ازای ورودی $x(t)$ خروجی $y(t)$ را ایجاد کرده است. $x(t)$ را بیابید.

$$y(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t)$$

۸) تبدیل فوریه هر یک از سیگنال های زیر را بیابید.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1] \text{ (الف)} \quad \left[e^{-at} \cos \omega_0 t\right], a > 0 \text{ (ب)}$$

۹) خروجی $y(t)$ یک سیستم LTI با معادله زیر به ورودی $x(t)$ مرتبط شده است.

$$\frac{d y(t)}{d t} + 10 y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) z(t-\tau) d \tau - x(t)$$

$$z(t) = e^{-t} u(t) + 3 \delta(t) \quad \text{که در آن}$$

پاسخ فرکانسی و پاسخ ضربه آن را بدست آورید.

۱۰) سیستم LTI با معادله تفاضلی زیر را در نظر بگیرید. پاسخ ضربه سیستم وارون را بدست آورید.

$$y[n] + \frac{1}{2} y[n-1] = x[n] - \frac{1}{4} x[n-1]$$

۱۱) پاسخ ضربه یک سیستم LTI مطابق زیر است.

$$H(j \omega) = \frac{j \omega + 2}{6 - \omega^2 + 5 j \omega}$$

(الف) پاسخ ضربه $h(t)$ را بیابید.

(ب) خروجی $y(t)$ را به ازای ورودی زیر بدست آورید.

$$x(t) = e^{-4t} u(t) - t e^{-4t} u(t)$$

۱۲) سیستم LTI با معادله تفاضلی زیر را در نظر بگیرید.

$$y[n] = \frac{1}{2} y[n-1] = x[n]$$

(الف) پاسخ فرکانسی سیستم را بیابید.

(ب) خروجی سیستم را به ازای ورودی های زیر بدست آورید.

$$x[n] = \delta[n] + \frac{1}{2} \delta[n-1] \text{ (ii)} \quad x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \text{ (i)}$$